经济统计 – 8

刁莉男
diaoln@jlu.edu.cn
吉林大学商学院

May 16, 2012

提纲

11. 双样本假设检验

1、独立样本，总体标准差已知，总体均值的双样本假设检验；

2、独立样本，总体比例的双样本假设检验；

3、独立样本，总体标准差未知，总体均值的双样本假设检验；

4、依赖性样本的双样本的假设检验；

5、依赖性样本与独立性样本的比较；

本章重点

- 1、两相互独立总体均值之差的假设检验；
- 2、两总体比例之差的假设检验；
- 3、两相互依赖（不独立）总体均值之差的假设检验；
- 4、独立与依赖样本的区别；

1、独立样本，总体标准差已知，总体均值的双样本假设检验；

两总体均值差的检验

- 1. 样本均值差（$\bar{X}_1 - \bar{X}_2$）服从正态分布；
- 2. 检验分布的均值是否为0（$\geqslant 0$ or $\leqslant 0$）；
- 3. 样本均值差的方差已知（独立情况下）：

$$\sigma^2_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2} = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$$

两总体均值差的检验

- $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0 (or \leqslant 0 or \geqslant 0);$
  $H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0 (or > 0 or < 0)$
- 确定显著性水平；
- 确定统计量：$z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$
- 确定拒绝域；
- 得出结论。

例子：

顾客在超市有两种付款方式：收银员和自动付款机。超市经理现想检验收银员收款时间是否比自动付款机<u>时间长</u>，收集信息如下：

收款类型	样本均值	总体标准差	样本容量
收银员	5.5	0.4	50
自动收款机	5.3	0.3	100

五步检验法：

- 1、$H_0: \mu_1 - \mu_2 \leqslant 0; H_1: \mu_1 - \mu_2 > 0$
- 2、1%显著性水平下检验；
- 3、统计量：$z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} = 3.13$
- 4、确定拒绝域：$z_{0.01} > 2.33$
- 5、落在拒绝域内，拒绝原假设，接受备选假设。
- 6、解释：抽样误差不是随机产生；自动收款机显著快于收银员。

2、独立样本，总体比例的双样本假设检验；

有关比例的双样本假设检验；

- $H_0 : \pi_1 - \pi_2 = 0 (or \leqslant 0 or \geqslant 0);$

  $H_1 : \pi_1 - \pi_2 \neq 0 (or > 0 or < 0)$
- 统计量：$z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_c(1-p_c)}{n_1} + \frac{p_c(1-p_c)}{n_2}}}$

  $p_c = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$

例子：

现检验年轻女性和年老女性对同一种香水的喜爱程度，即：检验年轻女性中对香水喜欢的比例是否与年老女性的比例相同。随机抽取100名年轻女性，19名喜欢；而在随机抽取的200名年老女性中，62名喜欢该香水。显著性水平设为5%。

例子：

- $H_0: \pi_1 - \pi_2 = 0; H_1: \pi_1 - \pi_2 \neq 0$
- $p_1 = \frac{19}{100} = .19, p_2 = \frac{62}{200} = 0.31$
- $p_c = \frac{19+62}{100+200} = 0.27$
- $z = \frac{p_1 - p_2}{\sqrt{\frac{p_c(1-p_c)}{n_1} + \frac{p_c(1-p_c)}{n_2}}} = -2.21$
- $z < -1.96, p = 0.0271$拒绝原假设。
- 喜欢此香水的年轻女性的比例与年老女性的比例显著不同。

3、独立样本，总体标准差未知，总体均值的双样本假设检验；

独立样本，总体标准差未知，总体均值的双样本假设检验

- 使用F检验，检验两总体标准差是否相同；
- 若相同，使用假设方差相同的t检验（合并t检验）；
- 若不同，使用假设方差不同的t检验。

两总体方差相同：合并的t检验

- 两总体方差虽然未知，<u>**但相同**</u>。因此，计算合并的方差。
- $s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}$
- 使用t统计量。
- $t = \frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{s_p^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}}, df = n_1 + n_2 - 2.$

例子：

工厂使用两种不同的程序将发动机安装在割草机上，随机抽取几名工人，时间（单位：分钟）分别如下：

方法1	方法2
2	3
4	7
9	5
3	8
2	4
	3

例子：

- $n_1 = 5, n_2 = 6;$
- $\bar{X}_1 = 4, \bar{X}_2 = 5;$
- $s_1 = 2.9155, s_2 = 2.0976, s_p^2 = 6.222$
- $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- $t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{s_p^2(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2})}} = -0.6621$
- $\alpha = 0.10$
- 拒绝域：$|t| > 1.833$ p=0.5245
- 不能拒绝原假设，两种程序没有显著差别。

两总体方差不同

- 两总体方差未知，且不同。
- 使用t统计量。
- $t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2})}}$.
- $df = \frac{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2}{(s_1^2/n_1)^2/(n_1-1) + (s_2^2/n_2)^2/(n_2-1)}$ (Welch-Satterthwaite equation)

上例中：

- $n_1 = 5, n_2 = 6;$
- $\bar{X}_1 = 4, \bar{X}_2 = 5;$
- $s_1 = 2.9155, s_2 = 2.0976$
- $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- $t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2})}} = 0.6411, df = 7.$
- $\alpha = 0.10$
- 拒绝域：$|t| > 1.8946$ p=0.5419
- 不能拒绝原假设，两种程序没有显著差别。

4、依赖性样本的双样本的假设检验；

配对样本(paired-sample)

例如：

- 两个资产评估公司对10栋房子进行评估，检验两个评估公司评估结果有无显著差异。
- 检验一种学习方法是否会对学生产生影响。
- 检验某种药物是否会对病人产生影响。

依赖性样本的双样本的假设检验

n对样本

- $t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}}$
- $\bar{d}$为n对样本差的均值：
  $\bar{d} = \frac{1}{n}\Sigma(X_1 - X_2)$
- s_d为n对样本差的标准差：$s_d = \sqrt{\frac{\Sigma(d-\bar{d})^2}{n-1}}$

例子：

两个资产评估公司对10栋房子进行评估，检验两个评估公司评估结果有无显著差异(0.05)。评估结果如下：

Nr.	Schadek	Bowyer	Nr.	Schadek	Bowyer
1	235	228	6	230	223
2	210	205	7	231	227
3	231	219	8	210	215
4	242	240	9	225	222
5	205	198	10	249	245

例子：

- $H_0 : \mu_d = 0; H_1 : \mu_d \neq 0$
- $\bar{d} = 4.60$
- $s_d = \sqrt{\frac{\Sigma(d-\bar{d})^2}{n-1}} = 4.402$
- $t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} = 3.305$
- 拒绝域为$t > 2.262$
- p=0.009
- 拒绝原假设，两公司结果显著不同。

5、依赖性样本与独立性样本的比较；

依赖性样本

- 对同一试验对象进行干预，干预前/干预后；
- 不可分配对数据。

依赖性样本使用独立假设?

对于上例：

- $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0; H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$
- $df = 20 - 2 = 18$
- $s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2+(n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2} = 206.50$
- $t = \frac{\bar{X}_1-\bar{X}_2}{\sqrt{s_p^2(\frac{1}{n_1}+\frac{2}{n_2})}} = 4.6/6.4265 = 0.716.$
- 与依赖性样本统计量比较：

  $s_d^2 = \frac{\Sigma(d-\bar{d})^2}{n-1} = 19.378$

  $t = \frac{\bar{d}}{s_d/\sqrt{n}} = 4.6/1.18 = 3.305$

依赖性样本使用独立假设?

- 对于依赖样本使用独立假设，标准差（统计量分母）考虑了10个房产之间的差别以及两个评估公司之间的差别；
- 使用依赖样本假设，标准差（统计量分母）只考虑了两个评估公司之间的差别，因此方差变小。
- 使用依赖性样本假设，损失了样本自由度。